

ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗРІВНОВАЖЕННЯ РОТОРА З НЕРУХОМОЮ ТОЧКОЮ ДВОМА ЗВ'ЯЗАНИМИ МАЯТНИКАМИ, НАСАДЖЕНИМИ НА ВІСЬ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУ ВАЛУ*

Для зрівноваження роторів центробіжних машин, колінчастих валів і т.п., які швидко обертаються, застосовуються пасивні автобалансири [1]. Корегуючі вантажі в них з часом самі приходять в те положення, в якому зрівноважують ротор і далі обертаються з ним як одне жорстке ціле.

В роботі, в рамках моделі ротора з нерухомою точкою, визначається ефективність зрівноваження ротора принципово новим пасивним автобалансиром [2-4]. На рисунку 1 показана схема ротора і автобалансира. Ротор з зрівноважується двома зв'язаними маятниками 1, 2, кут між якими 90° . Маятники вільно насаджено на вісь A , перпендикулярну валу. Остання жорстко зв'язана з втулкою 4, яка може вільно обертатися навколо вала OA .

Зрівноваження ротора засновано на тому, що на закритичних швидкостях обертання ротора його центр мас намагається наблизитися до осі обертання. При цьому точка підвісу маятників A відхиляється в легкий бік ротора. В наслідок цього відбуваються такі процеси:

- 1) втулка 4 обертається навколо вала OA і площина маятників суміщається з площиною, що проходить через дисбаланс і вал ротора;
- 2) маятники 1, 2 повертаються навколо осі A в легкий бік ротора, чим зменшують дисбаланс.

Ідеальному зрівноваженню ротора перешкоджають сили ваги, що діють на маси системи. Вони дещо наближають спільний центр ваги двох маятників - точку E до осі обертання.

Для визначення ефективності роботи пристрою розглянемо усталений режим руху системи. На рисунку 1 показана розрахункова схема. Рух ротора і вала описується відносно двох правих рухомих систем осей, які починаються в нерухомій точці O . Перші осі x, y, z жорстко зв'язані з ротором, причому вісь z направлена вздовж вала, вісь x так, що незрівноважена маса m_d , що лежить у точці D , лежить у першому квадранті площини осей x, z . Другі осі ξ, η, ζ рухаються так, що вісь ζ направлена вертикально угору, а вісь ξ лежить у площині осей x, z (осі y, η направлені від нас). Положення вала визначається кутом β між осями ζ і z . При усталеному режимі руху кут β сталий, вал і ротор обертаються навколо вертикальної осі z з сталою кутовою швидкістю ω . Будемо далі всі характеристики системи визначати відносно осей x, y, z . Вважаємо, що ротор і вал - це симетричне відносно осі z тіло, центр мас якого лежить в точці $C(0, 0, h_c)$ і осьові моменти інерції дорівнюють: $I_x = I_y = A$, $I_z = B$. Дисбаланс утворює незрівноважена маса m_d , що знаходиться в точці $D(e, 0, h_d)$. Припускається, що маятники 1, 2 - це невагомні стержні довжиною l , що несуть на своєму кінці зосереджені маси m . Вони підвішені до вала в точці $A(0, 0, h_a)$. Спільний центр

ваги маятників знаходиться у точці E . Положення маятників визначається кутом $\psi = \angle OAE$.

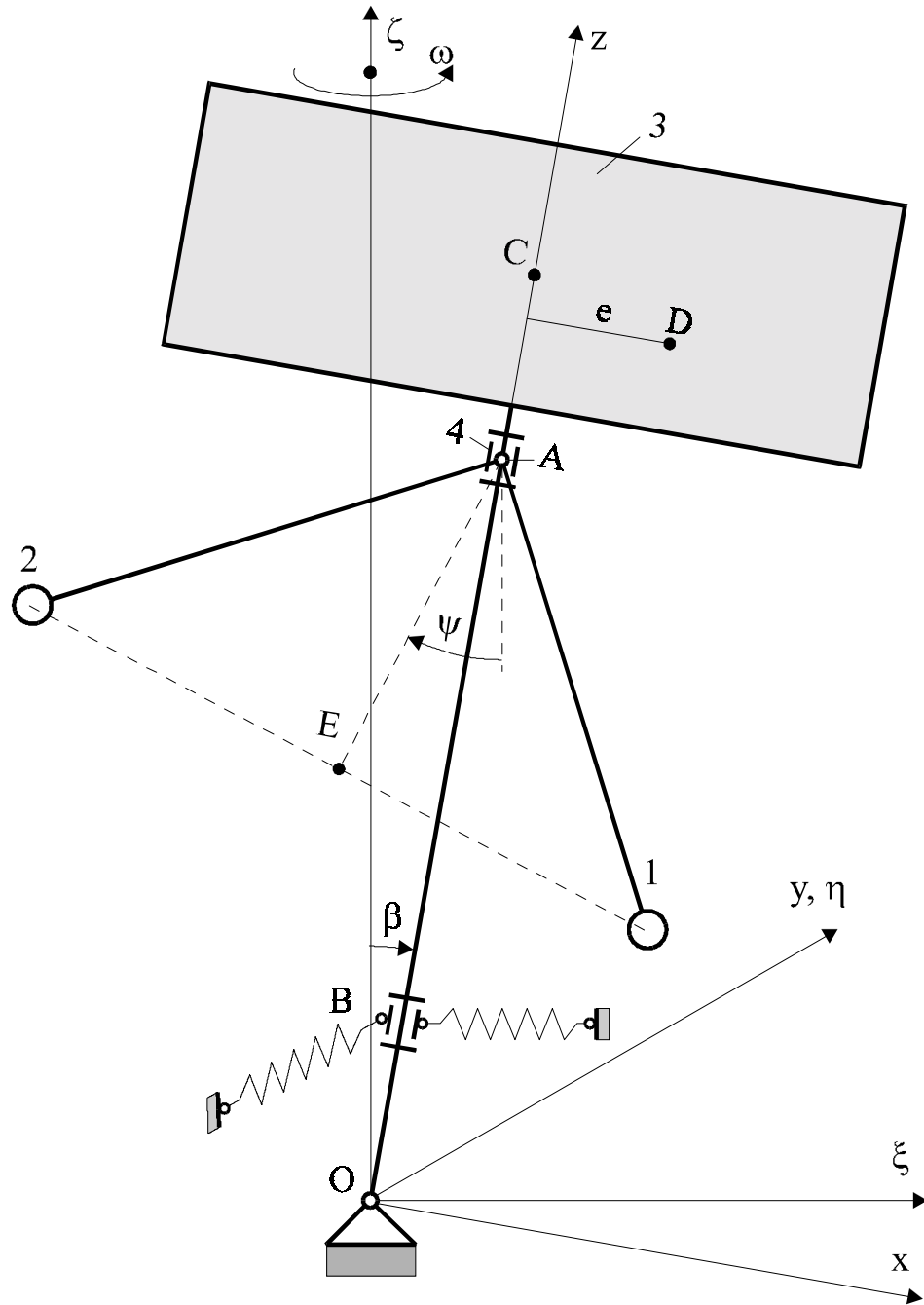


Рисунок 1

В роторних системах, навіть при значному дисбалансі, відхилення вала від осі обертання незначне. Тому вважатимемо, що

$$|\beta| \ll 1. \quad (1)$$

Складемо рівняння усталеного руху системи. Скористаємось принципом Д'аламбера.

1. Розглядаємо рівновагу маятників.

Відцентрові сили, що діють на маятники 1, 2, визначаються за формулами:

$$F_1^{in} = m\omega^2 [h_a \sin \beta + l \sin(45^\circ - \psi),]$$

$$F_2^{in} = m\omega^2 [h_a \sin \beta - l \sin(45^\circ + \psi)] \quad (2)$$

Момент сил $\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}$ відносно точки A :

$$M_A(\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}) = -F_1^{in} l \cos(45^\circ - \psi) + F_2^{in} l \cos(45^\circ + \psi)$$

Після перетворень

$$M_A(\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}) = -\sqrt{2} m l \omega^2 h_a \sin \beta \cos \psi. \quad (3)$$

Момент сил ваги відносно точки A :

$$M_A(m_1 \vec{g}, m_2 \vec{g}) = -\sqrt{2} m g l \sin \psi. \quad (4)$$

Рівняння моментів відносно точки A для маятників має вигляд

$$-\sqrt{2} m l \omega^2 h_a \beta \cos \psi - \sqrt{2} m g l \sin \psi = 0,$$

або після скорочень

$$\omega^2 h_a \sin \beta \cos \psi + g \sin \psi = 0. \quad (5)$$

2. Розглядаємо рівновагу системи у цілому.

Прикладаємо спочатку сили інерції. Момент сил інерції $\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}$ відносно осі y :

$$M_y(\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}) = F_1^{in} [h_a \cos \beta - l \sin(45^\circ - \psi)] - F_2^{in} [h_a \cos \beta - l \sin(45^\circ + \psi)]$$

Після перетворень:

$$M_y(\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}) = -m h_a \omega^2 [\sqrt{2} l (\sin \beta \cos \psi + \cos \beta \sin \psi) - 2 h_a \sin \beta \cos \beta]. \quad (6)$$

Тензор інерції ротора і вала відносно осей x, y, z має вигляд

$$I = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix}.$$

Кутова швидкість ω має такі проекції на осі x, y, z :

$$\vec{\omega} = \omega (-\sin \beta, 0, \cos \beta). \quad (7)$$

Кінетичний момент ротора і вала відносно точки O

$$\vec{L}_O = \vec{\omega} \cdot I = (-A\omega \sin \beta, 0, B\omega \cos \beta).$$

Момент сил інерції вала і ротора відносно осі y

$$M_y^{(in)} = -(\vec{\omega} \times \vec{L}_O)_y = -(\omega_z L_x - \omega_x L_z) = (A - B)\omega^2 \sin \beta \cos \beta. \quad (8)$$

Відцентрова сила, що діє на дисбаланс

$$F_{m_d}^{in} = m_d (h_d \sin \beta + e \cos \beta) \omega^2,$$

утворює момент відносно осі y

$$M_y(\vec{F}_{m_d}^{in}) = F_{m_d}^{in} (h_d \cos \beta - e \sin \beta) = m_d \omega^2 [h_d e (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) + (h_d^2 - e^2) \sin \beta \cos \beta] \quad (9)$$

Розглядаємо активні сили. Сила пружності визначається так

$$F_{np} = c \Delta l \approx c h_b \sin \beta,$$

де c - жорсткість опори. Момент сили пружності відносно осі y

$$M_y(\vec{F}_{np}) \approx -F_{np} h_b \cos \beta \approx -c h_b^2 \sin \beta \cos \beta. \quad (10)$$

Центр ваги системи має координати

$$M_{\Sigma}x_c = m_d e - \sqrt{2}ml \sin(\psi - \beta), \quad M_{\Sigma}y_c = 0,$$

$$M_{\Sigma}z_c = Mh_c + m_d h_d + 2mh_a - \sqrt{2}ml \cos(\psi - \beta).$$

Прискорення вільного падіння

$$\vec{g} = g(\sin \beta, \quad 0, \quad -\cos \beta). \quad (11)$$

Головний вектор сил ваги

$$M_{\Sigma}\vec{g} = M_{\Sigma}g(\sin \beta, \quad 0, \quad -\cos \beta).$$

Його момент відносно осі y

$$M_y(M_{\Sigma}\vec{g}) = M_{\Sigma}g_x z_c - M_{\Sigma}g_z x_c =$$

$$= g[(Mh_c + m_d h_d + 2mh_a)\sin \beta + m_d e \cos \beta - \sqrt{2}ml \sin \psi] \quad (12)$$

Рівняння моментів відносно осі y має вигляд

$$M_y(\vec{F}_1^{in}, \vec{F}_2^{in}) + M_y^{(in)} + M_y(\vec{F}_{m_d}^{in}) + M_y(\vec{F}_{np}) + M_y(M_{\Sigma}\vec{g}) = 0,$$

або після підстановки величин і перетворень

$$\left[(A - B + m_d(h_d^2 - e^2) + 2mh_a^2)\sin \beta \cos \beta + m_d h_d e(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{2}ml h_a(\sin \beta \cos \psi + \cos \beta \sin \psi) \right] \omega^2 +$$

$$+ g[(Mh_c + m_d h_d + 2mh_a)\sin \beta + m_d e \cos \beta - \sqrt{2}ml \sin \psi] - ch_b^2 \sin \beta \cos \beta = 0. \quad (13)$$

Із мализни кута β випливає, що:

$$\sin \beta \approx \beta; \quad \cos \beta \approx 1.$$

Тоді рівняння (13) приймає вигляд

$$\left\{ A - B + m_d(h_d^2 - e^2) + 2mh_a^2 - \sqrt{2}ml h_a \cos \psi \right\} \omega^2 - ch_b^2 +$$

$$+ [Mh_c + m_d h_d + 2mh_a]g \beta - \sqrt{2}ml(g + \omega^2 h_a)\sin \psi + m_d e[g + \omega^2 h_d] = 0. \quad (14)$$

З врахуванням (5) це рівняння спрощується до вигляду

$$\left\{ A - B + m_d(h_d^2 - e^2) + 2mh_a^2 \right\} \omega^2 - ch_b^2 +$$

$$+ [Mh_c + m_d h_d + 2mh_a]g \beta - \sqrt{2}ml \omega^2 h_a \sin \psi + m_d e[g + \omega^2 h_d] = 0. \quad (15)$$

З рівняння (5) знаходимо

$$\beta \approx -\frac{g}{\omega^2 h_a} \tan \psi. \quad (16)$$

Тоді рівняння (15) можна подати у вигляді

$$a_1 \tan \psi + a_2 \sin \psi - a_3 = 0, \quad (17)$$

де

$$a_1 = \left\{ A - B + m_d(h_d^2 - e^2) + 2mh_a^2 \right\} \omega^2 - ch_b^2 + [Mh_c + m_d h_d + 2mh_a]g \frac{g}{\omega^2 h_a}, \quad (18)$$

$$a_2 = \sqrt{2}ml \omega^2 h_a, \quad a_3 = m_d e(g + \omega^2 h_d).$$

Знайдемо наблизний розв'язок системи (16), (17) в припущенні, що маятники зменшують дисбаланс і відхилення вала від осі обертання незначне. При таких припущеннях

$$\tan \psi = \sin \psi + \frac{1}{2} \sin^3 \psi + \dots \approx \sin \psi$$

і рівняння (17) перетворюється до вигляду

$$a_1 \sin \psi + a_2 \sin \psi - a_3 = 0.$$

Звідки знаходимо такий наближений розв'язок системи (5), (16):

$$\sin \psi \approx \frac{a_3}{a_1 + a_2}; \quad \beta \approx -\frac{g}{h_a \omega^2} \cdot \frac{a_3}{a_1 + a_2}. \quad (19)$$

З (19) видно, що зі зростанням швидкості обертання ротора

$$\sin \psi \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \frac{m_d e h_d}{\sqrt{2 m l h_a}}, \quad \beta \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0. \quad (20)$$

Введемо кут

$$\psi_0 = \arcsin \frac{m_d e h_d}{\sqrt{2 m l h_a}}. \quad (21)$$

Кут ψ_0 визначає положення маятників, в якому вони зрівноважують ротор. З (20) видно, що якщо кутова швидкість обертання ротора зростає, то маятники прямують до цього положення, а вісь вала прямує до осі обертання.

Для оцінки ефективності роботи пристрою покладемо в рівнянні (14) $\psi=0$. Це відповідає випадку непрацюючого пристрою, в якому маятники нерухомі і не вносять додаткового дисбалансу в систему. Одержимо

$$\left\{ A - B + m_d (h_d^2 - e^2) + 2 m h_a^2 - \sqrt{2 m l h_a} \right\} \omega^2 - c h_b^2 + [M h_c + m_d h_d + 2 m h_a] g \beta^* + m_d e [g + \omega^2 h_d] = 0. \quad (22)$$

Звідки знаходимо

$$\beta^* = -\frac{a_3}{b_2}, \quad (23)$$

де

$$b_2 = \left\{ A - B + m_d (h_d^2 - e^2) + 2 m h_a^2 - \sqrt{2 m l h_a} \right\} \omega^2 - c h_b^2 + [M h_c + m_d h_d + 2 m h_a] g. \quad (24)$$

З (23), (24) видно, що зі зростанням кутової швидкості

$$\beta^* \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \beta_0 = -\frac{m_d e h_d}{A - B + m_d (h_d^2 - e^2) + 2 m h_a^2 - \sqrt{2 m l h_a}}. \quad (25)$$

З цього випливає, що при незрівноваженому роторі вісь вала відхиляється від осі обертання на кінцевий кут, причому при зростанні кутової швидкості цей кут прямує до β_0 з (25).

Ефективність роботи пристрою характеризує співвідношення

$$n = \frac{\beta}{\beta^*} = \frac{g}{h_a \omega^2} \cdot \frac{b_2}{a_1 + a_2}. \quad (26)$$

Величина $\frac{1}{n}$ показує, в скільки разів зменшиться відхилення вала від осі обертання при працюючому пристрої. З (26) видно, що при зростанні швидкості обертання ротора величина $\frac{1}{n}$ зростає пропорційно ω^2 - квадрату кутової швидкості.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гусаров А.А., Сусанин В.И. и др. Автоматическая балансировка роторов машин. М.: «Наука», 1979, 151 с.
2. Філімоніхін Г.Б. Автобалансуючий пристрій / заявка на винахід №95031322/16/1049 від 23.03.95 р.
3. Филимоныхин Г.Б. Автобалансиры со связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы I Всеукраинского съезда по теории механизмов и машин. Харьков, 18-20 июня 1997. С.66
4. Филимоныхин Г.Б. О динамике уравнивания ротора связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы международной конференции “Моделирование и исследование устойчивости систем”. Киев, 19-23 мая 1997. С.135.

*Філімоніхін Г.Б. Ефективність зрівноваження ротора з нерухомою точкою двома зв'язаними маятниками, насадженими на вісь, перпендикулярну валу // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник «Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин», 1999. Вип.№28, С.107-115.